

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор ГГУ имени Ф. Скорины

С. А. Хахомов



Регистрационный № УД- 2023-223 /уч.

Модуль «Методы численного анализа»

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:
1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)
направление специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика
(научно-педагогическая деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта Республики Беларусь ОСВО 1-31 03 03-2021. Высшее образование. I ступень. Специальность 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям). Направление специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность) и введенного в действие постановлением Министра образования Республики Беларусь от 27.04.2022 №103; учебного плана Учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» для специальности 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность), рег. № G 31-07-21/УП, утвержденным 10.07.2021 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Е. М. Березовская – доцент кафедры вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В. И. Токочаков – доцент кафедры информационных технологий учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», кандидат технических наук, доцент.

П. В. Бычков – доцент кафедры автоматических систем обработки информации учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

(протокол № 11 от 26.04.2023 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

(протокол № 9 от 24.05.2023 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Численные методы» относится к государственному компоненту модуль «Методы численного анализа».

Овладение численными методами и их компьютерной реализацией играет важную роль в системе подготовки учителя информатики. Прогресс в развитии вычислительных методов способствует постоянному расширению сферы применения математики в других научных дисциплинах и прикладных разработках. Компьютерное моделирование составляет значительную долю в решении задач, проведении вычислительных экспериментов. В связи с этим будущему преподавателю информатики необходимо знать компьютерные реализации алгоритмов вычислительной математики. Это позволит ему быть конкурентоспособным и мобильным как в системе образования, так и в профессиональной сфере в целом.

Учебная дисциплина «Численные методы» направлена на обучение студентов современным подходам и численным методам решения прикладных задач, принципам их грамотного практического использования, а также на подготовку студентов к практической работе в области численного моделирования научных и прикладных математических задач естествознания.

Теория численных методов занимается вопросами построения и эффективности применения различных математических методов к решению задач линейной алгебры, математического анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, уравнений математической физики. Существенным критерием пригодности изучаемых методов при этом является эффективность программной реализации разрабатываемых алгоритмов.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ, РОЛЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения учебной дисциплины состоит в формировании у студентов системы знаний численных методов решения задач алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, а также методологических подходов разработки и изучения основных вычислительных методов для решения задач исследовательского и прикладного характера.

Задачи освоения дисциплины заключаются в формировании у студентов навыков владения методами вычислительной математики: правилами приближенных вычислений, численными методами решения нелинейных уравнений и систем, систем линейных уравнений, методами теории интерполирования, численными методами для обработки экспериментальных данных, способами численного дифференцирования и интегрирования, численными методами решения задач Коши для

обыкновенных дифференциальных уравнений, численных методов решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, численных методов решения уравнений с частными производными, численных методов решения интегральных уравнений, развития умений и навыков выбора адекватного алгоритма, его программной реализации, интерпретации результатов численных расчетов и степени их достоверности.

Программа учебной дисциплины «Численные методы» составлена с учетом межпредметных связей и программ по смежным дисциплинам. Её изучение базируется на знаниях отдельных разделов из университетских курсов – модуля «Математический анализ»: «Дифференциальное и интегральное исчисление», «Несобственные интегралы»; модуля «Геометрия и алгебра»: «Основы высшей алгебры», «Линейная алгебра»; модуля «Программирование»: «Технологии программирования»; модуля «Дискретная математика и алгоритмика»: «Алгоритмы и структуры данных»; «Дифференциальные уравнения»; модуля «Дисциплины специализации 1-31 01 03-02 04 Численные методы»: «Численные методы оптимального проектирования», «Численные методы линейной алгебры»; модуля «Математическое моделирование»: «Уравнения математической физики»; модуля «Методы численного анализа»: «Вычислительные методы алгебры».

Освоение учебной дисциплины «Численные методы» является необходимой составляющей для последующего изучения дисциплин модуля «Методы численного анализа»: «Численные методы математической физики»; модуля «Дисциплины специализации 1-31 01 03-02 04 Численные методы»: «Численные методы решения контактных задач», «Методы решения задач моделирования в технике», «Методы решения сеточных уравнений», а также для прохождения преддипломной практики, написания выпускной квалификационной работы.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Численные методы» формируются следующие компетенции: универсальные – обладать навыками творческого аналитического мышления; базовые профессиональные – выбирать эффективные алгоритмы вычислительной математики для решения поставленной профессиональной задачи, интерпретировать и анализировать результаты ее решения.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основные идеи, лежащие в основе численных методов;
- источники и виды погрешностей решения конечномерных задач;
- понятия устойчивости, сходимости и вычислительной сложности численных методов;
- требования корректности постановки задачи;

- основные приемы оценки погрешности численных методов;
- основные численные методы решения математических задач;
- современные тенденции в развитии методов численного решения математических и прикладных задач;

уметь:

- применять численные методы для решения прикладных задач;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных математических задач на компьютере;
- оценивать области применения и эффективность численного метода;
- анализировать достоверность полученных численных результатов;
- оценивать погрешность численного решения;

владеть:

- инструментарием для решения математических задач в своей предметной области;
- навыками применения численных методов с целью доведения решения различных классов задач до численного результата и умением оценивать погрешности применяемых методов.

При изучении дисциплины формируются или развиваются следующие компетенции:

Специалист должен:

БПК-9. Использовать принципы численных методов и навыки прикладного численного моделирования для решения основных задач высшей математики и математической физики, выбирать оптимальный алгоритм для решения конкретных задач.

В рамках образовательного процесса студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Форма получения образования – дневная. Дисциплина изучается студентами 3 курса специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность) в 6 семестре. Общее количество часов – 216 (6 зач. ед.); аудиторное количество часов – 102, из них: лекции – 68, в том числе управляемая самостоятельная работа (УСР) – 20, лабораторные занятия – 34:

6 семестр – общее количество часов – 216 (6 з.е.), аудиторное количество часов – 102, из них: лекции – 48, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 20, лабораторные занятия – 34. Форма отчётности – зачёт, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1 Методы решения нелинейных уравнений и их систем

1.1 Решение нелинейных уравнений. Общая постановка задачи

Постановка задачи, основные определения, общие замечания. Задачи, приводящие к трансцендентным уравнениям. Локализация корней нелинейного уравнения. Поиск всех корней алгебраического уравнения. Методы уточнения корня – метод бисекции, метод простой итерации. Достаточное условие сходимости метода простой итерации. Приведение к виду, удобному для применения метода. Априорные и апостериорные оценки погрешности методов. Геометрическая интерпретация рассмотренных методов.

1.2 Решение нелинейных уравнений. Простейшие итерационные методы

Метод Ньютона. Достоинства и недостатки метода Ньютона. Другие итерационные методы (метод секущих, упрощенный метод Ньютона и др.). Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений. Геометрическая интерпретация рассмотренных методов.

1.3 Решение систем нелинейных уравнений

Постановка задачи. Метод Ньютона. Общие замечания о сходимости процесса Ньютона. Модифицированный метод Ньютона. Метод итераций. Условия сходимости метода итераций (первое и второе достаточные условия сходимости процесса итерации). Способы подготовки системы алгебраических уравнений к методу итераций. Примеры.

Раздел 2 Интерполирование и приближение функций

2.1 Введение в теорию интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа

Постановка задачи интерполирования, основные понятия теории интерполирования. Построение интерполирующей функции. Примеры интерполяционных функций. Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции. Узлы интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Погрешности интерполяционной формулы Лагранжа. Интерполяционная схема Эйткена.

2.2 Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона для неравномерной сетки

Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Разделенные разности и их свойства. Остаточный член формулы Ньютона.

2.3 Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки

Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Конечные разности и их свойства. Остаточные члены интерполяционных формул Ньютона.

2.4 Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполирование внутри таблицы

Интерполяционные формулы, использующие центральные разности. Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга, Бесселя и Эверетта. Остаточные члены интерполяционных формул с центральными разностями. Общая задача интерполирования алгебраическими многочленами. Интерполяционный многочлен Эрмита. Остаточный член интерполяционной формулы Эрмита.

2.5 Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполирование функций многих переменных

Интерполирование функций многих независимых переменных. Трудности задачи интерполирования функций многих переменных. Обобщение интерполяционных формул Ньютона на случай функции многих переменных.

2.6 Приближение функций интерполяционными многочленами. Обратное интерполирование

Постановка задачи обратного интерполирования. Формулы для равномерной и неравномерной сетки. Интерполирование с кратными узлами.

2.7 Приближение функций интерполяционными многочленами. Численное дифференцирование

Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов. Погрешность формул численного дифференцирования.

2.8 Приближение функций сплайнами

Сплайн-интерполирование. Постановка задачи. Интерполяционный линейный, параболический, кубический сплайны. Интерполяционный кубический сплайн. Построение кубического сплайна. Определение коэффициентов сплайна. Типы граничных условий. Примеры. Погрешность приближения сплайнами.

2.9 Равномерные приближения

Постановка задачи, основные понятия, определения и теоремы. Понятие о наилучшем равномерном приближении непрерывных функций обобщенными многочленами. Алгебраические многочлены наилучшего равномерного приближения. Тригонометрические многочлены наилучшего

приближения. Приближенное построение алгебраических многочленов наилучшего приближения.

2.10 Среднеквадратичные приближения

Постановка задачи, основные понятия, определения и теоремы. Приближения в гильбертовом пространстве. Среднеквадратичные приближения функций алгебраическими многочленами. Среднеквадратичные приближения функций тригонометрическими многочленами. Приближение функций, заданных таблицей, по методу наименьших квадратов. Приближения по методу наименьших квадратов алгебраическими многочленами.

Раздел 3 Приближенное вычисление интегралов

3.1 Интерполяционные квадратурные правила

О форме, придаваемой интегралу при вычислениях. Квадратурная сумма и связанные с ней задачи. Общая квадратурная формула. Теорема о точности квадратурной формулы. Интерполяционные квадратурные формулы.

3.2 Квадратурные правила для равноотстоящих узлов

Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.

3.3 Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ)

Постановка задачи. Теоремы существования и единственности, о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами. Квадратурная формула Гаусса. Коэффициенты формул Гаусса. Остаточный член формулы Гаусса.

3.4 Формулы численного интегрирования Чебышева

Постановка задачи. Алгоритм построения формул Чебышева. Абсциссы формул Чебышева. Пример. Остаточный член формул Чебышева.

3.5 Методы уточнения результатов численного интегрирования

Метод Рундсона. Правило Рунга. Формула Эйлера. Метод Ромберга. Примеры.

3.6 Вычисление несобственных интегралов

Постановка задачи. Методы выделения особенностей. Мультипликативный способ. Аддитивный способ. Функции с несколькими особенностями.

3.7 Приближенное вычисление кратных интегралов

Понятие о кубатурных формулах. Метод повторного применения квадратурных формул. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Практическое применение.

3.8 Вероятностный метод вычисления интегралов

Вычисление определенных интегралов методом Монте-Карло. Графическая реализация метода Монте-Карло вычисления однократного интеграла. Повышение точности метода Монте-Карло. Погрешность метода Монте-Карло.

3.9 Сходимость квадратурных процессов

Теорема о сходимости интерполяционного многочлена. Замечания о применимости теоремы. Сходимость интерполяционных квадратур.

Раздел 4 Численное решение интегральных уравнений

4.1 Основные виды линейных интегральных уравнений

Постановка задачи, основные понятия и определения. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Теорема Фредгольма.

4.2 Интегральные уравнения Фредгольма второго рода

Метод квадратур решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Сходимость метода квадратур. Практический алгоритм численной реализации метода квадратур. Метод последовательных приближений. Метод вырожденных ядер. Приемы построения вырожденных ядер. Метод коллокации. Метод наименьших квадратов. Метод простой итерации. Метод моментов.

4.3 Интегральные уравнения Вольтерра второго рода

Метод квадратур решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода. Сходимость метода квадратур. Построение приближенного решения в виде непрерывной функции. Способы построения квадратурных формул для решения уравнений Вольтерра второго рода. Практический алгоритм построения приближенного решения с заданной точностью.

Раздел 5 Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем

5.1 Одношаговые методы решения задачи Коши

Общие замечания. Постановка задачи. О методах решения дифференциальных уравнений. Одношаговые методы решения задачи Коши. Оценка скорости сходимости. Метод Эйлера для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.

5.2 Методы Рунге-Кутты

Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка аппроксимации. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка аппроксимации. Выбор шага расчета. Организация вычислений с автоматическим выбором шага. Метод Рунге-Кутты для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.

5.3 Многошаговые методы решения задачи Коши

Метод Адамса. Алгоритм применения метода. Выбор шага расчета. Вывод формул для работы на ЭВМ. Достоинства и недостатки многошаговых методов. Метод Адамса для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.

Раздел 6 Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

6.1 Общие понятия в теории конечно-разностных методов

Постановка задачи. Основные определения и примеры краевых задач. Понятие о линейной краевой задаче. Двухточечная краевая задача. Обзор методов приближенного решения краевых задач.

6.2 Метод конечных разностей (МКР)

Сведение краевой задачи к системе конечно-разностных уравнений. Понятие об аппроксимации на границах на двухточечном шаблоне. Понятие об аппроксимации на границах на трехточечном шаблоне. Метод прогонки прямой и обратный ход. Повышение точности. МКР (метод сеток) для нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка.

Раздел 7 Приближенные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных

7.1 Метод сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений эллиптического типа

Постановка задачи, основные определения. Идея метода сеток. Аппроксимация дифференциальных уравнений разностными. Аппроксимация граничных условий. Разрешимость разностных уравнений и

способы их решений. Оценка погрешности и сходимость метода сеток. Метод прогонки при решении уравнения Пуассона.

7.2 Метод сеток решения линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа

Постановка задачи, основные определения. Метод сеток для решения задачи Коши. Оценка погрешности и сходимость метода сеток для неоднородного волнового уравнения. Метод сеток решения смешанной задачи.

7.3 Метод сеток решения линейных дифференциальных уравнений параболического типа

Постановка задачи, основные определения. Метод сеток для решения задачи Коши. Метод сеток для решения смешанной задачи. Понятие устойчивости разностных схем. Метод прогонки при решении уравнения теплопроводности.

7.4 Сходимость и устойчивость разностных схем

Разностная аппроксимация дифференциального уравнения и граничных условий. Понятие корректности и устойчивости разностной схемы. Связь сходимости с корректностью разностной схемы. Общие замечания.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекций	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	Количество часов УСР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Методы решения нелинейных уравнений и их систем	4	–	4	2			
1.1	Решение нелинейных уравнений. Общая постановка задачи 1. Постановка задачи, основные определения, общие замечания. Задачи, приводящие к трансцендентным уравнениям. 2. Локализация корней нелинейного уравнения. Поиск всех корней алгебраического уравнения. 3. Методы уточнения корня – метод бисекции, метод простой итерации. Достаточное условие сходимости метода простой итерации. Приведение к виду, удобному для применения метода. Априорные и апостериорные оценки погрешности методов. 4. Геометрическая интерпретация рассмотренных методов.	2	–	1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[4] – [8] [10] [12] [13] [15] – [18] [21] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
1.2	Решение нелинейных уравнений. Простейшие итерационные методы 1. Метод Ньютона. Достоинства и недостатки метода Ньютона. 2. Другие итерационные методы (метод секущих, упрощенный метод Ньютона и др.). 3. Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений. 4. Геометрическая интерпретация рассмотренных методов.	2		1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[4] – [8] [10] [12] [13] [15] – [18] [21] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
1.3	Решение систем нелинейных уравнений 1. Постановка задачи. Метод Ньютона. Общие замечания о сходимости процесса Ньютона. Модифицированный метод Ньютона. 2. Метод итераций. Условия сходимости метода итераций (первое и второе достаточные условия сходимости процесса итерации). Способы подготовки системы алгебраических уравнений к методу итераций. Примеры.	–		2	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[4] – [8] [10] [12] [13] [15] – [18] [21] [22]	Групповая консультация Защита лабораторных работ Контрольная работа
2	Интерполирование и приближение функций	14	–	12	6			
2.1	Введение в теорию интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа 1. Постановка задачи интерполирования, основные понятия теории интерполирования. 2. Построение интерполирующей функции. Примеры интерполяционных функций. Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции. Узлы	2	–	2	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Защита лабораторных работ

	интерполяции. 3. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Погрешности интерполяционной формулы Лагранжа. 4. Интерполяционная схема Эйткена.							
2.2	Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона для неравномерной сетки 1. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. 2. Разделенные разности и их свойства. 3. Остаточный член формулы Ньютона.	2	—	2	—	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Защита лабораторных работ
2.3	Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки 1. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. 2. Конечные разности и их свойства. 3. Остаточные члены интерполяционных формул Ньютона.	2	—	2	—	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Защита лабораторных работ Контрольная работа
2.4	Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполирование внутри таблицы 1. Интерполяционные формулы, использующие центральные разности. Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга, Бесселя и Эверетта. 2. Остаточные члены интерполяционных формул с центральными разностями. 3. Общая задача интерполирования алгебраическими многочленами. 4. Интерполяционный многочлен Эрмита. Остаточный член интерполяционной формулы Эрмита.	2	—	1	—	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
2.5	Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполирование функций многих переменных 1. Интерполирование функций многих независимых переменных. 2. Трудности задачи интерполирования функций многих переменных. 3. Обобщение интерполяционных формул Ньютона на случай функции многих переменных.	—	—	—	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Групповая консультация
2.6	Приближение функций интерполяционными многочленами. Обратное интерполирование 1. Постановка задачи обратного интерполирования. 2. Формулы для равномерной и неравномерной сетки. 3. Интерполирование с кратными узлами.	2	—	1	—	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
2.7	Приближение функций интерполяционными многочленами. Численное дифференцирование 1. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов. 2. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов. 3. Погрешность формул численного дифференцирования.	2	—	1	—	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Защита лабораторных работ
2.8	Приближение функций сплайнами 1. Сплайн-интерполирование. Постановка задачи. Интерполяционный линейный, параболический, кубический сплайны. 2. Интерполяционный кубический сплайн. Построение кубического сплайна. Определение коэффициентов сплайна. Типы граничных условий. Примеры. 3. Погрешность приближения сплайнами.	2	—	1	—	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
2.9	Равномерные приближения 1. Постановка задачи, основные понятия, определения и теоремы. Понятие о наилучшем равномерном приближении непрерывных функций обобщенными	—	—	1	2	цифровой проектор, методические	[3] [5] – [8] [10] – [12]	Групповая консультация Защита

	многочленами. 2. Алгебраические многочлены наилучшего равномерного приближения. 3. Тригонометрические многочлены наилучшего приближения. 4. Приближенное построение алгебраических многочленов наилучшего приближения.					пособия ПЭВМ	[15] – [20]	лабораторных работ
2.10	Среднеквадратичные приближения 1. Постановка задачи, основные понятия, определения и теоремы. Приближения в гильбертовом пространстве. 2. Среднеквадратичные приближения функций алгебраическими многочленами. 3. Среднеквадратичные приближения функций тригонометрическими многочленами. 4. Приближение функций, заданных таблицей, по методу наименьших квадратов. 5. Приближения по методу наименьших квадратов алгебраическими многочленами.	–	–	1	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20]	Групповая консультация Защита лабораторных работ
3	Приближенное вычисление интегралов	10	–	4	8			
3.1	Интерполяционные квадратурные правила 1. О форме, придаваемой интегралу при вычислениях. Квадратурная сумма и связанные с ней задачи. 2. Общая квадратурная формула. 3. Теорема о точности квадратурной формулы. 4. Интерполяционные квадратурные формулы.	2	–	–	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Текущий опрос
3.2	Квадратурные правила для равноотстоящих узлов 1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. 2. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона). 3. Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.	2	–	1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Защита лабораторных работ Контрольная работа
3.3	Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ) 1. Постановка задачи. Теоремы существования и единственности, о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. 2. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами. 3. Квадратурная формула Гаусса. Коэффициенты формул Гаусса. Остаточный член формулы Гаусса.	–	–	1	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Групповая консультация Защита лабораторных работ
3.4	Формулы численного интегрирования Чебышева 1. Постановка задачи. 2. Алгоритм построения формул Чебышева. Абсциссы формул Чебышева. Пример. 3. Остаточный член формул Чебышева.	–	–	–	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Групповая Консультация Тестовые задания
3.5	Методы уточнения результатов численного интегрирования 1. Метод Рундсона. 2. Правило Рунга. 3. Формула Эйлера. 4. Метод Ромберга. Примеры.	2	–	1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
3.6	Вычисление несобственных интегралов 1. Постановка задачи. Методы выделения особенностей. 2. Мультипликативный способ. 3. Аддитивный способ.	–	–	–	2	цифровой проектор, методические пособия	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Групповая Консультация Тестовые задания

	4. Функции с несколькими особенностями.					ПЭВМ		
3.7	Приближенное вычисление кратных интегралов 1. Понятие о кубатурных формулах. 2. Метод повторного применения квадратурных формул. 3. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом. 4. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Практическое применение.	2	–	1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
3.8	Вероятностный метод вычисления интегралов 1. Вычисление определенных интегралов методом Монте-Карло. 2. Графическая реализация метода Монте-Карло вычисления однократного интеграла. 3. Повышение точности метода Монте-Карло. 4. Погрешность метода Монте-Карло.	–	–	–	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Групповая Консультация Тестовые задания
3.9	Сходимость квадратурных процессов 1. Теорема о сходимости интерполяционного многочлена. 2. Замечания о применимости теоремы. 3. Сходимость интерполяционных квадратур.	2	–	–	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22]	Текущий опрос Тестовые задания
4	Численное решение интегральных уравнений	4	–	2	2			
4.1	Основные виды линейных интегральных уравнений 1. Постановка задачи, основные понятия и определения. 2. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. 3. Теорема Фредгольма.	2	–	–	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [12] [14] – [17] [21] [22]	Текущий опрос
4.2	Интегральные уравнения Фредгольма второго рода 1. Метод квадратур решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Сходимость метода квадратур. Практический алгоритм численной реализации метода квадратур. 2. Метод последовательных приближений. 3. Метод вырожденных ядер. Приемы построения вырожденных ядер. 4. Метод коллокации. Метод наименьших квадратов. Метод простой итерации. Метод моментов.	2	–	2	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [12] [14] – [17] [21] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
4.3	Интегральные уравнения Вольтерра второго рода 1. Метод квадратур решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода. Сходимость метода квадратур. 2. Построение приближенного решения в виде непрерывной функции. 3. Способы построения квадратурных формул для решения уравнений Вольтерра второго рода. 4. Практический алгоритм построения приближенного решения с заданной точностью.	–	–	–	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [8] [12] [14] – [17] [21] [22]	Групповая Консультация Тестовые задания
5	Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	6	–	4	–			
5.1	Одношаговые методы решения задачи Коши 1. Общие замечания. Постановка задачи. О методах решения дифференциальных уравнений. 2. Одношаговые методы решения задачи Коши. Оценка скорости сходимости.	2	–	1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [9] [12] [14] – [17] [19] [21] [22]	Защита лабораторных работ Контрольная работа

	3. Метод Эйлера для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.							
5.2	Методы Рунге-Кутты 1. Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов. 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка аппроксимации. 3. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка аппроксимации. Выбор шага расчета. Организация вычислений с автоматическим выбором шага. 4. Метод Рунге-Кутты для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.	2	–	1	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [9] [12] [14] – [17] [19] [21] [22]	Защита лабораторных работ
5.3	Многошаговые методы решения задачи Коши 1. Метод Адамса. Алгоритм применения метода. Выбор шага расчета. Вывод формул для работы на ЭВМ. 2. Достоинства и недостатки многошаговых методов. 3. Метод Адамса для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.	2	–	2	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [9] [12] [14] – [17] [19] [21] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
6	Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	2	–	2	2			
6.1	Общие понятия в теории конечно-разностных методов 1. Постановка задачи. Основные определения и примеры краевых задач. Понятие о линейной краевой задаче. 2. Двухточечная краевая задача. 3. Обзор методов приближенного решения краевых задач.	–	–	–	2	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [9] [12] [14] [16] [19] [21] [22]	Групповая Консультация Тестовые задания
6.2	Метод конечных разностей (МКР) 1. Сведение краевой задачи к системе конечно-разностных уравнений. 2. Понятие об аппроксимации на границах на двухточечном шаблоне. 3. Понятие об аппроксимации на границах на трехточечном шаблоне. 4. Метод прогонки прямой и обратный ход. Повышение точности. 5. МКР (метод сеток) для нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка.	2	–	2	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[5] – [9] [12] [14] [16] [19] [21] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ Контрольная работа
7	Приближенные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных	8	–	6	–			
7.1	Метод сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений эллиптического типа 1. Постановка задачи, основные определения. Идея метода сеток. 2. Аппроксимация дифференциальных уравнений разностными. Аппроксимация граничных условий. 3. Разрешимость разностных уравнений и способы их решений. 4. Оценка погрешности и сходимость метода сеток. 5. Метод прогонки при решении уравнения Пуассона.	2	–	2	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[2] [6] – [9] [12] [15] [19] [21] [22]	Текущий опрос Защита лабораторных работ
7.2	Метод сеток решения линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа 1. Постановка задачи, основные определения. 2. Метод сеток для решения задачи Коши. Оценка погрешности и сходимость метода сеток для неоднородного волнового уравнения. 3. Метод сеток решения смешанной задачи.	2	–	2	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[2] [6] – [9] [12] [15] [19] [21] [22]	Защита лабораторных работ
7.3	Метод сеток решения линейных дифференциальных уравнений параболического типа 1. Постановка задачи, основные определения.	2	–	2	–	цифровой проектор, методические	[1] [6] – [9] [12] [15]	Текущий опрос Защита

	2. Метод сеток для решения задачи Коши. 3. Метод сеток для решения смешанной задачи. Понятие устойчивости разностных схем. 4. Метод прогонки при решении уравнения теплопроводности.					пособия ПЭВМ	[19] [21] [22]	лабораторных работ
7.4	Сходимость и устойчивость разностных схем 1. Разностная аппроксимация дифференциального уравнения и граничных условий. 2. Понятие корректности и устойчивости разностной схемы. 3. Связь сходимости с корректностью разностной схемы. Общие замечания.	2	–	–	–	цифровой проектор, методические пособия ПЭВМ	[6] – [9] [12] [15] [19] [21] [22]	Тестовые задания Тестовые задания
	Итого за 6 семестр	48	–	34	20			Зачёт Экзамен
	Всего по дисциплине	48	–	34	20			Зачет Экзамен

Доцент кафедры вычислительной математики и программирования

Е. М. Березовская

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примерный перечень лабораторных работ

1. Численные методы решения нелинейных уравнений.
2. Численные методы решения систем нелинейных уравнений.
3. Приближение функций интерполяционными многочленами.
4. Численное дифференцирование.
5. Обратная задача теории интерполирования.
6. Приближение функций сплайнами.
7. Метод наименьших квадратов.
8. Приближенное вычисление интегралов.
9. Вычисление кратных интегралов.
10. Одношаговые методы решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка.
11. Многошаговые методы решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка.
12. Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка.
13. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод конечных разностей.
14. Численное решение интегральных уравнений.
15. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике.
16. Разностная схема с весами для одномерного уравнения теплопроводности.
17. Разностная схема с весами для уравнения колебания струны.

Рекомендуемые формы контроля знаний

1. Текущий опрос.
2. Защита лабораторных работ по теории и практической реализации заданий на ПЭВМ.
3. Выполнение тестовых заданий.
4. Контрольная работа.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Решение систем нелинейных уравнений.
2. Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки.
3. Приближенное вычисление интегралов. Квадратурные правила для равноотстоящих узлов.
4. Одношаговые методы решения задачи Коши.
5. Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод конечных разностей (МКР).

Примерная тематика УСР

1. Решение систем нелинейных уравнений.
2. Приближение функций интерполяционными многочленами.
Интерполирование функций многих переменных.
3. Равномерные приближения.
4. Среднеквадратичные приближения.
5. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ).
6. Формулы численного интегрирования Чебышева.
7. Вычисление несобственных интегралов.
8. Вероятностный метод вычисления интегралов.
9. Интегральные уравнения Вольтерра второго рода.
10. Общие понятия в теории конечно-разностных методов.

Методические рекомендации по организации и выполнению УСР по дисциплине «Численные методы»

Для самостоятельного изучения выделяются следующие темы дисциплины «Численные методы»:

- Решение систем нелинейных уравнений.
- Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполирование функций многих переменных.
- Равномерные приближения.
- Среднеквадратичные приближения.
- Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ).
- Формулы численного интегрирования Чебышева.
- Вычисление несобственных интегралов.
- Вероятностный метод вычисления интегралов.
- Интегральные уравнения Вольтерра второго рода.
- Общие понятия в теории конечно-разностных методов.

Самостоятельное изучение данных тем преследует следующие цели:

- ознакомиться с методами Ньютона, итераций, их сходимостью при решении систем нелинейных уравнений; научиться применять методы Ньютона, простой итерации для решения систем нелинейных уравнений;
- изучить проблемы интерполирования функций многих переменных; ознакомиться с интерполяционной формулой Ньютона для случая функции многих переменных; научиться применять формулу Ньютона при интерполировании функций многих переменных;
- изучить основные понятия, определения и теоремы теории равномерного приближения непрерывных функций; ознакомиться с построением алгебраических и тригонометрических многочленов наилучшего равномерного приближения; научиться применять на практике изученную методику построения алгебраических многочленов наилучшего приближения;
- ознакомиться с постановкой задачи среднеквадратичного приближения, с понятиями точечной и интегральной аппроксимации функций, методом наименьших квадратов; научиться применять методы точечной и интегральной аппроксимации функций, метод наименьших квадратов; научиться интерпретировать полученные результаты;
- ознакомиться с основными понятиями, постановкой задачи о приближенном вычислении определенных интегралов с помощью квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности; научиться применять квадратурную формулу Гаусса;
- ознакомиться с задачами, приводящими к применению формул Чебышева; изучить алгоритм построения формулы Чебышева; уметь применить на практике изученную формулу;

- ознакомиться с методами выделения особенностей при вычислении несобственных интегралов; научиться применять мультипликативный способ и аддитивный способ при вычислении несобственных интегралов;
- ознакомиться с двумя простейшими вариантами метода Монте-Карло; научиться применять изученный метод статистических испытаний при вычислении интегралов;
- ознакомиться с методом квадратур при решении интегральных уравнений Вольтерра второго рода; научиться приближенно решать уравнения Вольтерра второго рода изученным методом;
- ознакомиться с постановкой задачи теории конечно-разностных методов, основными определениями, видами и примерами краевых задач; ознакомиться с методами приближенного решения краевых задач; научиться оперировать изученными теоретическими аспектами при практической работе.

Учебная программа УСП

1.1. Решение систем нелинейных уравнений – 2 часа.

Цели: 1) ознакомиться с методами Ньютона, итераций, их сходимостью при решении систем нелинейных уравнений; 2) научиться применять методы Ньютона, простой итерации для решения систем нелинейных уравнений.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, защита лабораторных работ, контрольная работа.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [4] – [8] [10] [12] [13] [15] – [18] [21] [22] из списка рекомендуемой литературы.

1.2. Приближение функций интерполяционными многочленами. Интерполирование функций многих переменных – 2 часа.

Цели: 1) изучить проблемы интерполирования функций многих переменных; 2) ознакомиться с интерполяционной формулой Ньютона для случая функции многих переменных; 3) научиться применять формулу Ньютона при интерполировании функций многих переменных.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, тестовые задания.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20] из списка рекомендуемой литературы.

1.3. Равномерные приближения – 2 часа.

Цели: 1) изучить основные понятия, определения и теоремы теории равномерного приближения непрерывных функций; 2) ознакомиться с построением алгебраических и тригонометрических многочленов наилучшего равномерного приближения; 3) научиться применять на практике изученную методику построения алгебраических многочленов наилучшего приближения.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, защита лабораторных работ.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20] из списка рекомендуемой литературы.

1.4. Среднеквадратичные приближения – 2 часа.

Цели: 1) ознакомиться с постановкой задачи среднеквадратичного приближения, с понятиями точечной и интегральной аппроксимации функций, методом наименьших квадратов; 2) научиться применять методы

точечной и интегральной аппроксимация функций, метод наименьших квадратов; 3) научиться интерпретировать полученные результаты.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, защита лабораторных работ.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [3] [5] – [8] [10] – [12] [15] – [20] из списка рекомендуемой литературы.

1.5. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ) – 2 часа.

Цели: 1) ознакомиться с основными понятиями, постановкой задачи о приближенном вычислении определенных интегралов с помощью квадратурных формул НАСТ; 2) научиться применять квадратурную формулу Гаусса.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, защита лабораторных работ.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22] из списка рекомендуемой литературы.

1.6. Формулы численного интегрирования Чебышева – 2 часа.

Цели: 1) ознакомиться с задачами, приводящими к применению формул Чебышева; 2) изучить алгоритм построения формулы Чебышева; 3) уметь применить на практике изученную формулу.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, тестовые задания.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22] из списка рекомендуемой литературы.

1.7. Вычисление несобственных интегралов – 2ч.

Цели: 1) ознакомиться с методами выделения особенностей при вычислении несобственных интегралов; 2) научиться применять мультипликативный способ и аддитивный способ при вычислении несобственных интегралов.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, тестовые задания.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22] из списка рекомендуемой литературы.

1.8. Вероятностный метод вычисления интегралов – 2ч.

Цели: 1) ознакомиться с двумя простейшими вариантами метода Монте-Карло; 2) научиться применять изученный метод статистических испытаний при вычислении интегралов.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, тестовые задания.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [5] – [8] [11] [12] [15] – [20] [22] из списка рекомендуемой литературы.

1.9. Интегральные уравнения Вольтерра второго рода – 2ч.

Цели: 1) ознакомиться с методом квадратур при решении интегральных уравнений Вольтерра второго рода; 2) научиться приближенно решать уравнения Вольтерра второго рода изученным методом.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, тестовые задания.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [5] – [8] [12] [14] – [17] [21] [22] из списка рекомендуемой литературы.

1.10. Общие понятия в теории конечно-разностных методов – 2ч.

Цели: 1) ознакомиться с постановкой задачи теории конечно-разностных методов, основными определениями, видами и примерами краевых задач; 2) ознакомиться с методами приближенного решения краевых задач; 3) научиться оперировать изученными теоретическими аспектами при практической работе.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация, тестовые задания.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [5] – [9] [12] [14] [16] [19] [21] [22] из списка рекомендуемой литературы.

Рекомендуемая литература

Основная

1. Березовская, Е. М. Численные методы математической физики : разностные схемы и параболические уравнения : практическое пособие / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – 47 с. – Режим доступа : <http://elib.gsu.by/jspui/handle/123456789/15002> .
2. Березовская, Е. М. Численные методы математической физики : эллиптические и гиперболические уравнения : практическое пособие / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – 47 с. – Режим доступа : <http://elib.gsu.by/jspui/handle/123456789/15004> .
3. Воробьева, В. Е. Основы численных методов и их реализация в MS Excel : учебное пособие / В. Е. Воробьева, Ф. И. Воробьева. – Казань : КНИТУ, 2022. – 124 с. – Режим доступа : по подписке : <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=702265> .
4. Коновалова, Е. И. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / Е. И. Коновалова, Л. В. Яблокова. – Самара : Самарский университет, 2022. – 152 с. – Режим доступа : для авториз. пользователей : <https://e.lanbook.com/book/336686> .

Книгообеспеченность дисциплины ниже нормы, новых изданий в библиотеке недостаточно, рекомендуется оформить заявку на закупку новой учебной литературы.

Библ.

(И.И.И.)

О.В.Никишина

09.04.2023

Дополнительная

5. Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. – Москва : Лаборатория знаний, 2015. – 243 с.
6. Бахвалов, Н. С. Численные методы. Решения задач и упражнения: учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, А. А. Корнев, Е. В. Чижонков. – Москва : Лаборатория знаний, 2016. – 355 с.
7. Бахвалов, Н.С. Численные методы : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Бинوم. Лаборатория знаний, 2023. – 636 с.
8. Березин, И. С. Методы вычислений: учебное пособие: в 2 т. / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва : Наука, 1966.
9. Березовская, Е. М. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: тексты лекций: в 3 ч. / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2015. – Ч. 3. – 55 с.
10. Березовская, Е. М. Методы вычислений : тексты лекций : в 2 ч. / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2010. –

- Ч. 1 : Интерполирование и нелинейные уравнения. – 80 с. – Режим доступа: <http://elib.gsu.by/handle/123456789/1589> .
11. Березовская, Е. М. Методы численного анализа: тексты лекций: в 2 ч. / Е. М. Березовская. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2007. – Ч. 1 : Интерполяция и интегрирование. – 131 с. – Режим доступа: <http://elib.gsu.by/handle/123456789/3523> .
 12. Вабищевич, П. Н. Численные методы: Вычислительный практикум. Практическое применение численных методов при использовании алгоритмического языка Python / П. Н. Вабищевич. – Москва : Ленанд, 2019. – 320 с.
 13. Вержбицкий, В. М. Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения: учебное пособие / В. М. Вержбицкий. – Москва : Оникс 21 век, 2005. – 432 с.
 14. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 400 с.
 15. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах: учебное пособие / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – Москва : Лань, 2015. – 448 с.
 16. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В. Д. Колдаев. – Москва: Форум, 2018. – 336 с.
 17. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учебное пособие / В. Н. Копченова, И. А. Марон. – 2-е изд., стер.– Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008.– 368 с.
 18. Крылов, В. И. Вычислительные методы: учебное пособие: в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – Москва : Наука, 1976. – 1977.

Электронные ресурсы

19. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_clm.php?id=1. – Дата доступа : 28.01.2023.
20. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Т.1. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_calc1.php?id=1. – Дата доступа : 28.02.2023.
21. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Т.2. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_calc2.php?id=1. – Дата доступа : 08.03.2023.
22. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: https://scask.ru/q_book_dig_m.php?id=1. – Дата доступа : 28.01.2023.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на 20 / 20 учебный год

№№ №п/п	Дополнения и изменения	Основание
	Дополнений и изменений нет	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
ВМ и программирования
(протокол № ____ от _____ 202 г.)

Заведующий кафедрой ВМиП
к.ф.-м.н., доцент

_____ Д. С. Кузьменков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета математики и
технологий программирования
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
к.ф.-м.н., доцент

_____ С. П. Жогаль